

## Tabuľky života

Tabuľky života [Pavlík, Rychraříková, Šubrtová 1986] sú veľmi užitočné a často používané pomôcky demografov. Slúžia na sledovanie života skupiny osôb<sup>1</sup>, od narodenia po smrť, berúc ohľad na zmeny počas života. Tie zmeny môžu byť sociálneho alebo ekonomického charakteru, ako napríklad zmena vzdelania, zamestnania, pobytu, rodinného stavu a pod. Sú to modely na sledovanie demografických udalostí, kde reálny demografický proces je pretransformovaný na fiktívny tak, že sa zbaví vplyvu aktuálnej vekovej štruktúry. Najčastejšie sledovaná udalosť takýmito tabuľkami je úmrtnosť. Už menej sledované procesy sú sobášnosť, rozvodovosť a plodnosť.

Z metodického hľadiska tabuľky života rozdeľujeme na:

- **Jednovýstupné a**
- **Viacvýstupné**

Jednovýstupné tabuľky sú také, kde spracovávame udalosť v „čistom“ stave. To znamená, že neberieme do úvahy iné „rušivé“ udalosti. Napr. pri skúmaní sobášnosti neberieme do úvahy úmrtnosť. Na druhej strane ak berieme do úvahy aj iné udalosti tak hovoríme o viacvýstupných tabuľkách. Napr. dvojvýstupné sobášne tabuľky berú do úvahy aj úmrtnosť. Môže sa brať do úvahy aj migrácia, ale v praxi sa to nerobí z dôvodu známych problémov o presnosti týchto dát. Na prvý pohľad viacvýstupné tabuľky sú bližšie k realite, ale keďže nemôžeme posúdiť izolované vplyvy udalostí sú menej vhodné na analýzu [Rychtaříková 1984].

Z hľadiska charakteru použitých vstupných dát, na základe ktorých sa tieto tabuľky vypočítajú, ich delíme na tabuľky života vypočítané:

- **Priamou metódou a**
- **Nepriamou metódou**

O priamej metóde hovoríme, keď počítame pomocou absolútnych početností udalostí triedených podľa generácií a dokončeného veku, podľa Lexisovho diagramu je to hlavný súbor typu I. Nepriama metóda používa počty udalostí triedené kalendárnym rokom a dokončeným vekom. Podľa Lexisovho diagramu je to z hlavného súboru typu III. Hoci priame metódy dávajú presnejšie výsledky, v praxi sa vo väčšej miere používajú nepriame metódy, dôsledku prístupnejším dátam.

Z hľadiska časového pokrytia vstupných dát tabuľky života delíme ešte na:

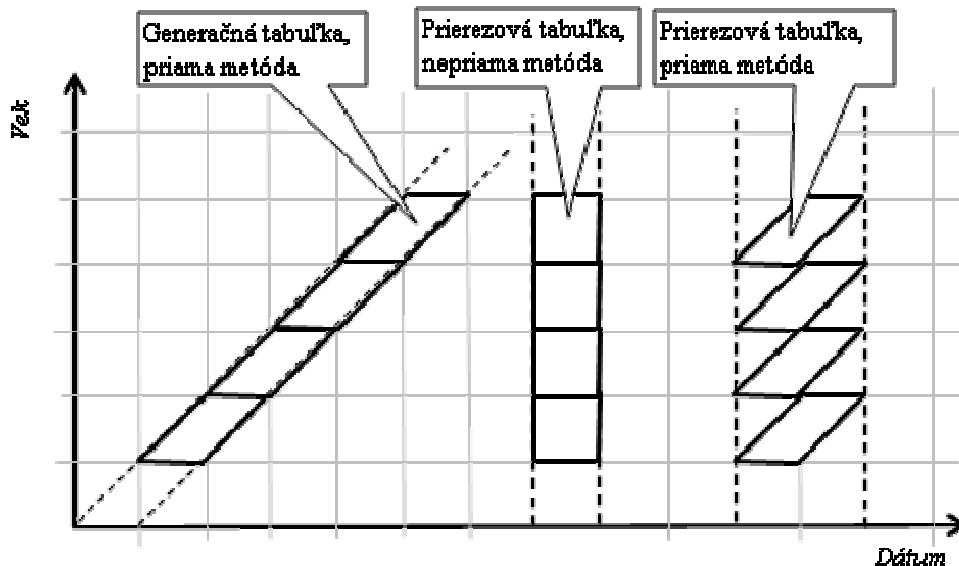
- **Prierezové**
- **Generačné (kohortné).**

V prvom prípade ide o tabuľky, ktoré sa počítajú z údajov za jeden kalendárny rok (prípadne za niekoľko rokov). Základom generačných tabuliek sú údaje za jednu generáciu od narodenia až po úplného vymretia, t.j. približne sto rokov.

Z hľadiska konštrukcie základom tabuliek života sú pravdepodobnosti nastania udalosti<sup>2</sup>, ktoré sa vypočítajú na základe empirických dát už spomínanou priamou alebo nepriamou metódou. Tieto pravdepodobnosti sa potom použijú na výpočet ďalších ukazovateľov, ktoré sú nápomocné na výpočet priemerného trvania udalostí, čo sú hlavným výstupom tabuliek života. Tieto pravdepodobnosti sa počítajú spravidla pre každý vek. V tomto prípade tabuľky nazývame *úplné tabuľky života*. Ak nie sú k dispozícii dostatočne podrobné údaje sa môžu počítať pravdepodobnosti pre vekové skupiny, v tomto prípade tabuľky nazývame *skrátene tabuľky života*.

<sup>1</sup> Môžu byť použité aj na sledovanie života zvierat ako aj na sledovanie životnosti predmetov a organizácií.

<sup>2</sup> Pravdepodobnosť je podiel počtu udalostí na počet všetkých osôb, na ktorých sa udalosti môžu vzťahovať.



Obr. 1. Typy tabuliek života podľa zdroju dát

### Úmrtnostné tabuľky<sup>3</sup>

Úmrtnostné tabuľky sledujú demografický proces úmrtnosť. Sú najznámejšie z tabuliek života a sú aj najviac rozpracované. Existuje niekoľko variantov z ktorých uvedieme niektoré.

#### Generačná jednovýstupná úmrtnostná tabuľka počítaná priamou metódou

Tabuľka je robená s údajov triedené podľa generácii a dokončeného veku. Je potrebné získať údaje o jednej generácii od narodenia až po úmrtia posledného člena. Sú zriedkavé, pretože sa jedná o údaje po sebe idúcich rokov viac ako sto rokov dozadu. Pri výpočte sa vychádza z počtu zomrelých a z počtu žijúcich osôb danej generácie v jednotlivých rokoch.

Na výpočet tabuľky budeme potrebovať nasledujúce údaje:

- ${}_{t+x,t+x+1}^g D_x$  počet zomrelých v dokončenom veku  $x$  vybranej generácie  $g$  narodených v roku  $t$
- ${}^g B$  počet narodených v roku  $t$  tvoriacich generáciu  $g$

Na základe týchto informácií môžeme vypočítať *pravdepodobnosť úmrtia v presnom veku  $x$  skúmanej generácie  $g$* :

$${}_{t,t+1}^g q_0' = \frac{{}_{t,t+1}^g D_0}{{}^g B} \quad \text{a} \quad {}_{t+x,t+x+1}^g q_{x'} = \frac{{}_{t+x,t+x+1}^g D_x}{{}^g B - \sum_{j=0}^{x-1} {}_{t+j,t+j+1}^g D_j} \quad \text{pre } x > 0$$

Ďalšie odvodené ukazovatele:

- ${}_{t+x}^g l_{x'}$  tabuľkový počet žijúcich v presnom veku  $x'$  generácie  $g$  v roku  $t+x$

<sup>3</sup> Všetky uvedené vzťahy sú podrobnejšie odvodené v [Pavlík, Rychraříková, Šubrtová 1986]

${}_{t+x,t+x+1}^g d_x$  tabuľkový počet zomrelých v dokončenom veku  $x$  generácie  $g$  v rokoch  $t+x$  a  $t+x+1$   
 ${}^g e$  priemerný vek pri úmrtí generácie  $g$

Pričom platia nasledovné vzťahy:

$${}^g l_0 = 100000$$

$${}_{t+x,t+x+1}^g d_x = {}_{t+x}^g l_x \cdot {}_{t+x,t+x+1}^g q_x$$

$${}_{t+x+1}^g l_{x+1} = {}_{t+x}^g l_x - {}_{t+x,t+x+1}^g d_x$$

$${}^g e = \frac{\sum_{x=0}^{\omega-1} (x+0,5) \cdot {}_{t+x,t+x+1}^g d_x}{\sum_{x=0}^{\omega-1} {}_{t+x,t+x+1}^g d_x}$$

V poslednom vzťahu  $\omega-1$  znamená vek v ktorom zomrel posledný člen zo skúmanej generácie.

### Prierezová jednovýstupná úmrtnostná tabuľka počítaná priamou metódou

Pri výpočte tejto tabuľky musíme predpokladať, že úmrtnostné pomery sa nebudú meniť dostatočne dlho<sup>4</sup>. V tomto prípade môžeme potom nahradiť údaje za jednu generáciu s údajmi viac generácií zisťovaných za dva kalendárne roky.

Na výpočet tabuľky budeme potrebovať nasledujúce údaje:

${}^g_x D_x$  počet zomrelých v dokončenom veku  $x$  generácie  $g_x$  v roku  $t$

${}_{\text{konec}}^c {}_t P_x$  počet obyvateľov v dokončenom veku  $x$  ku koncu roku  $t$

Pravdepodobnosť úmrtia v presnom veku  $x'$  generácie  $g_x$  je nasledovná:

$${}_{t,t+1}^{g_x} q_{x'} = \frac{{}_t^{g_x} D_x + {}_{t+1}^{g_x} D_x}{\text{konec } {}_t P_x + {}_t^{g_x} D_x}$$

Ďalšie odvodené ukazovatele tabuľky:

${}^g_x l_x$  tabuľkový počet žijúcich v presnom veku  $x'$  generácie  $g_x$

${}_{t,t+1}^{g_x} d_x$  tabuľkový počet zomrelých v dokončenom veku  $x$  generácie  $g_x$  v rokoch  $t$  a  $t+1$

${}_{t,t+1}^{g_x} L_x$  tabuľkový počet rokov prežitých jedincami  ${}^g_x l_x$ , medzi presnými vekmi  $x'$  a  $x'+1$  generácie  $g_x$

${}_{t,t+1} T_x$  počet rokov života, ktoré má sledovaná populácia v presnom veku  $x'$  pred sebou v rokoch  $t$  a  $t+1$

<sup>4</sup> Dostatočne dlho znamená čas, kým nevymrie generácia, cca. 100 rokov.

${}_{t,t+1}e_{x'}$             stredná dĺžka života v presnom veku  $x'$  sledovanej populácie za roky  $t$  a  $t+1$

Pričom platia nasledovné vzťahy:

$${}^g_0l_{0'} = 100000$$

$${}_{t,t+1}d_x = {}^g_t l_{x'} \cdot {}_{t,t+1}q_{x'}$$

$${}^g_{x+1}l_{x'+1} = {}^g_t l_{x'} - {}_{t,t+1}d_x$$

$${}_{t,t+1}L_0 = {}^g_0l_{0'} - 0,9 \cdot {}_{t,t+1}d_0$$

$${}_{t,t+1}L_x = {}^g_{x+1}l_{x'+1} + 0,5 \cdot {}_{t,t+1}d_x$$

$${}_{t,t+1}T_{x'} = \sum_{j=x}^{\omega-1} {}_{t,t+1}L_j$$

$${}_{t,t+1}e_{x'} = \frac{{}_{t,t+1}T_{x'}}{{}^g_t l_{x'}}$$

Stredná dĺžka života vo veku  $x$  nám v tomto prípade udáva počet rokov, ktoré priemere môže prežiť osoba v presnom veku  $x$ , ak by sa úmrtnostné pomery dostatočne dlho nezmenili.

### **Prierezová jednovýstupná úmrtnostná tabuľka počítaná nepriamou metódou**

Táto tabuľka je najviac využitá v praxi, z dôvodu dostupnosti potrebných vstupných údajov. Pri jej konštrukcii vychádzame z údajov triedených podľa dokončeného veku a jedného kalendárneho roku. Znovu musíme predpokladať nemennosť úmrtnostných pomerov dostatočne dlhom časovom intervale.

Na výpočet tabuľky budeme potrebovať nasledujúce údaje:

- ${}_t m_x$             miera úmrtnosti v dokončenom veku  $x$  v roku  $t$
- ${}_t D_x$             počet zomrelých v dokončenom veku  $x$  v roku  $t$
- ${}_{\text{stred}} {}_t P_x$         stredný stav obyvateľov v dokončenom veku  $x$  roku  $t$

Pravdepodobnosť úmrtia v presnom veku  $x'$  v roku  $t$  je nasledovná:

$${}_t q_{x'} = 1 - e^{-{}_t m_x} \quad \text{kde} \quad {}_t m_x = \frac{{}_t D_x}{\text{stred} {}_t P_x}$$

alebo

$${}_t q_{x'} = \frac{2 \cdot {}_t m_x}{2 + {}_t m_x}$$

Ďalšie odvodené ukazovatele tabuľky:

- ${}_t l_{x'}$             tabuľkový počet žijúcich v presnom veku  $x'$  v roku  $t$
- ${}_t d_x$             tabuľkový počet zomrelých v dokončenom veku  $x$  v roku  $t$
- ${}_t L_x$             tabuľkový počet rokov prežitých jedincami  ${}_t l_{x'}$  medzi vekmi  $x'$  a  $x'+1$  v roku  $t$

${}_tT_{x'}$  počet rokov života, ktoré má populácia v presnom veku  $x'$  pred sebou v roku  $t$   
 ${}_te_{x'}$  stredná dĺžka života v presnom veku  $x'$  v roku  $t$

Pričom platia nasledovné vzťahy:

$${}_tL_{0'} = 100000$$

$${}_td_x = {}_tL_{x'} \cdot {}_tq_{x'}$$

$${}_tL_{x'+1} = {}_tL_{x'} - {}_td_x$$

$${}_tL_0 = {}_tL_{0'} - 0,9 {}_td_0$$

$${}_tL_x = {}_tL_{x'+1} + 0,5 {}_td_x$$

$${}_tT_{x'} = \sum_{j=x}^{\omega-1} L_j$$

$${}_te_{x'} = \frac{{}_tT_{x'}}{{}_tL_{x'}}$$

Úmrtnostné tabuľky nám poskytujú aj iné charakteristiky menej používané. Sú to *normálna dĺžka života*, čo je modus tabuľkových zomrelých, t.j. je to vek, v ktorom ľudia najčastejšie zomierajú (okrem veku 0), ďalej *pravdepodobná dĺžka života*, čo je medián tabuľkových dožívajúcich, t.j. je to vek, ktorého by sa za danej úmrtnosti dožila práve polovica narodených.

Z úmrtnostnej tabuľky sa počítajú aj *stratené roky života osoby*. Je to počet rokov života, ktoré osoba stratí úmrtím. Počíta sa to nasledovne:

$${}_tv_x = \frac{{}_te_{x'} + {}_te_{x'+1}}{2}$$

*Stratené roky života pre celú populáciu* je potom:

$${}_tV = \sum_{x=0}^{\omega} {}_tD_x \cdot {}_tv_x$$

### ***Sobášne tabuľky***<sup>5</sup>

Sobášne tabuľky sledujú demografický proces sobášnosť. Na rozdiel od úmrtnosti nesledujú pravdepodobnosti uzavretia sobáša pre každý vek, ale len od veku 16 rokov, čo je najnižší možný vek pri sobáši, a do veku 50 rokov, nad ktorým sú už sobáše veľmi zriedkavé. Počítajú sa väčšinou pre slobodných (prvé sobáše), zriedkavo pre rozvedených a ovdovelých. Aj my sa obmedzíme na popis sobášnych tabuliek slobodných. Na druhej strane keby niekto potreboval počítať sobášne tabuľky rozvedených alebo ovdovelých nie sú rozdiely v algoritme, len vstupy treba zameniť zo slobodných na rozvedených resp. ovdovelých v príslušnom kontexte. Sobášne tabuľky sú veľmi užitočným nástrojom, avšak sú veľmi zriedkavé z dôvodu

<sup>5</sup> Všetky uvedené vzťahy sú podrobnejšie odvodené v [Pavlík, Rychraříková, Šubrtová 1986]

neprístupnosti potrebných dát. Ďalšom uvedieme niektoré varianty týchto tabuliek, ktorých použitie je najpravdepodobnejšie.

### Prierezová dvojjvýstupná sobášna tabuľka slobodných počítaná priamou metódou

Táto metóda vyžaduje, aby sme predpokladali, že z generácie slobodných je možné vystúpiť dvoma spôsobmi, a to úmrtím alebo sobášom.

Na výpočet takejto tabuľky budeme potrebovať:

${}^g_x S_x^s$	počet prvých sobášov (sobáše slobodných) v dokončenom veku $x$ generácie $g_x$ v roku $t$
${}^g_x D_x^s$	počet slobodných zomrelých v dokončenom veku $x$ generácie $g_x$ v roku $t$
$\text{konec } {}_t P_x^s$	počet slobodných obyvateľov v dokončenom veku $x$ ku koncu roku $t$

Pravdepodobnosť úmrtia slobodných v presnom veku  $x$  generácie  $g_x$  je nasledovná:

$${}_{t,t+1} q_{x'}^u = \frac{{}^g_x D_x^s + {}^g_x D_{t+1}^s}{\text{konec } {}_t P_x^s + {}^g_x D_x^s + {}^g_x S_x^s}$$

Pravdepodobnosť uzavretia sobáša slobodných v presnom veku  $x$  generácie  $g_x$  je nasledovná:

$${}_{t,t+1} q_{x'}^m = \frac{{}^g_x S_x^s + {}^g_x S_{t+1}^s}{\text{konec } {}_t P_x^s + {}^g_x D_x^s + {}^g_x S_x^s}$$

Ďalšie odvodené ukazovatele tabuľky:

${}^g_x l_{x'}^m$	tabuľkový počet slobodných v presnom veku $x$ generácie $g_x$
${}_{t,t+1} d_x^u$	tabuľkový počet zomrelých slobodných v dokončenom veku $x$ generácie $g_x$ v roku $t$ a $t+1$
${}_{t,t+1} d_x^m$	tabuľkový počet uzavretých manželstiev slobodných v dokončenom veku $x$ generácie $g_x$ v roku $t$ a $t+1$

Pričom platia nasledovné vzťahy:

$${}_{t,t+1} d_x^u = {}^g_x l_{x'}^m \cdot {}_{t,t+1} q_{x'}^s$$

$${}_{t,t+1} d_x^m = {}^g_x l_{x'}^m \cdot {}_{t,t+1} q_{x'}^m$$

$${}^g_{x+1} l_{x'+1}^m = {}^g_x l_{x'}^m - {}_{t,t+1} d_x^s - {}_{t,t+1} d_x^m$$

### Prierezová jednovýstupná sobášna tabuľka slobodných počítaná priamou metódou

Pri týchto tabuľkách predpokladáme, že z generácie slobodných môžeme vystúpiť len sobášom.

Na výpočet takejto tabuľky budeme potrebovať:

${}^g_t S_x^s$	počet prvých sobášov v dokončenom veku x generácie $g_x$ v roku t
${}^g_t D_x^s$	počet slobodných zomrelých v dokončenom veku x generácie $g_x$ v roku t
koniec ${}^c_t P_x^s$	počet slobodných obyvateľov v dokončenom veku x ku koncu roku t

Pravdepodobnosť úmrtia slobodných v presnom veku x' generácie  $g_x$  je nasledovná:

$${}_{t,t+1}q_x^u = \frac{{}^g_t D_x^s + {}^g_{t+1} D_x^s}{\text{koniec } {}^c_t P_x^s + {}^g_t D_x^s + {}^g_{t+1} S_x^s - \frac{{}^g_t S_x^s + {}^g_{t+1} S_x^s}{2}} = \frac{{}^g_t D_x^s + {}^g_{t+1} D_x^s}{\text{koniec } {}^c_t P_x^s + {}^g_t D_x^s + \frac{{}^g_t S_x^s}{2} - \frac{{}^g_{t+1} S_x^s}{2}}$$

Pravdepodobnosť uzavretia sobáša slobodných v presnom veku x' generácie  $g_x$  je nasledovná:

$${}_{t,t+1}q_x^m = \frac{{}^g_t S_x^s + {}^g_{t+1} S_x^s}{\text{koniec } {}^c_t P_x^s + {}^g_t D_x^s + {}^g_{t+1} S_x^s - \frac{{}^g_t D_x^s + {}^g_{t+1} D_x^s}{2}} = \frac{{}^g_t S_x^s + {}^g_{t+1} S_x^s}{\text{koniec } {}^c_t P_x^s + {}^g_t S_x^s + \frac{{}^g_t D_x^s}{2} - \frac{{}^g_{t+1} D_x^s}{2}}$$

Ďalšie odvodené ukazovatele tabuľky:

${}^g_t I_x^m$	tabuľkový počet slobodných v presnom veku x' generácie $g_x$ v roku t ovplyvnené sobášnosťou
${}_{t,t+1}d_x^m$	tabuľkový počet uzavretých manželstiev slobodných v dokončenom veku x generácie $g_x$ v roku t a t+1
${}^g_t I_x^u$	tabuľkový počet slobodných v presnom veku x' generácie $g_x$ v roku t ovplyvnené úmrtnosťou
${}_{t,t+1}d_x^u$	tabuľkový počet zomrelých slobodných v dokončenom veku x generácie $g_x$ v roku t a t+1
${}_{t,t+1}d_x^{m,u}$	tabuľkový počet sobášov slobodných ovplyvnených úmrtnosťou v dokončenom veku x generácie $g_x$ v roku t a t+1 (skutočne uzavreté manželstvá)

Pričom platia nasledovné vzťahy:

$${}_{t,t+1}d_x^m = {}^g_t I_x^m \cdot {}_{t,t+1}q_x^m$$

$${}_{t,t+1}d_x^u = {}^g_t I_x^u \cdot {}_{t,t+1}q_x^u$$

$${}^g_t I_{x'+1}^u = {}^g_t I_x^u - {}_{t,t+1}d_x^u$$

$${}^g_t I_{x'+1}^m = {}^g_t I_x^m - {}_{t,t+1}d_x^m$$

$${}_{t,t+1}d_x^{m,u} = {}_{t,t+1}d_x^m \frac{{}^g_t I_x^u + {}^g_t I_{x'+1}^u}{2 \cdot {}^g_t I_{15}^u}$$

Pričom  ${}^g_t I_{15}^u = 100000$ . Rozdiel  ${}_{t,t+1}d_x^m - {}_{t,t+1}d_x^{m,u}$  nám dáva počet sobášov, ktoré neboli uzavreté v dôsledku úmrtí.

## Prierezová jednovýstupná sobášna tabuľka slobodných počítaná nepriamou metódou

Na výpočet tabuľky budeme potrebovať nasledujúce údaje:

${}_t m_x^s$	miera úmrtnosti slobodných v dokončenom veku x v roku t
${}_t s_x^s$	miera sobášnosti slobodných v dokončenom veku x v roku t
${}_t D_x^s$	počet zomrelých slobodných v dokončenom veku x v roku t
${}_t S_x^s$	počet sobášov slobodných v dokončenom veku x v roku t
${}_{\text{stredL}}{}_t P_x^s$	stredný stav slobodných obyvateľov v dokončenom veku x roku t

Pravdepodobnosť úmrtia slobodných v presnom veku  $x'$  v roku t je nasledovná:

$${}_t q_{x'}^u = 1 - e^{-{}_t m_x^s} \quad \text{kde} \quad {}_t m_x^s = \frac{{}_t D_x^s}{{}_{\text{stredL}}{}_t P_x^s}$$

alebo

$${}_t q_{x'}^u = \frac{2 \cdot {}_t m_x^s}{2 + {}_t m_x^s}$$

Pravdepodobnosť uzavretia sobáša slobodných v presnom veku  $x'$  v roku t je nasledovná:

$${}_t q_{x'}^m = 1 - e^{-{}_t s_x^s} \quad \text{kde} \quad {}_t s_x^s = \frac{{}_t S_x^s}{{}_t P_x^s}$$

alebo

$${}_t q_{x'}^m = \frac{2 \cdot {}_t s_x^s}{2 + {}_t s_x^s}$$

Ďalšie odvodené ukazovatele tabuľky:

${}_t l_{x'}^u$	tabuľkový počet slobodných v presnom veku $x'$ v roku t ovplyvnené úmrtnosťou
${}_t d_x^m$	tabuľkový počet uzavretých manželstiev slobodných v dokončenom veku x v roku t
${}_t l_{x'}^m$	tabuľkový počet slobodných v presnom veku $x'$ v roku t ovplyvnené sobášnosťou
${}_t d_x^u$	tabuľkový počet zomrelých slobodných vo veku x v roku t
${}_t d_x^{m,u}$	tabuľkový počet sobášov slobodných ovplyvnených úmrtnosťou v dokončenom veku x

Pričom platia nasledovné vzťahy:



$${}_t d_x^m = {}_t l_x^m \cdot {}_t q_x^m$$

$${}_t d_x^u = {}_t l_x^u \cdot {}_t q_x^u$$

$${}_t l_{x'+1}^u = {}_t l_{x'}^u - {}_t d_x^u$$

$${}_t l_{x'+1}^m = {}_t l_{x'}^m - {}_t d_x^m$$

$${}_t d_x^{m,u} = {}_t d_x^m \frac{{}_t l_{x'}^u + {}_t l_{x'+1}^u}{2 \cdot {}_t l_{15}^u}$$

Pričom  ${}_{t,t+1} l_{15}^u = 100000$ . Rozdiel  ${}_t d_x^m - {}_t d_x^{m,u}$  nám dáva počet sobášov, ktoré neboli uzavreté v dôsledku úmrtí.

### Prierezová dvojvýstupná sobášna tabuľka slobodných počítaná nepriamou metódou

Na výpočet tabuľky budeme potrebovať nasledujúce údaje:

${}_t m_x^s$	miera úmrtnosti slobodných v dokončenom veku x v roku t
${}_t s_x^s$	miera sobášnosti slobodných v dokončenom veku x v roku t
${}_t D_x^s$	počet zomrelých slobodných v dokončenom veku x v roku t
${}_t S_x^s$	počet sobášov slobodných v dokončenom veku x v roku t
${}_{\text{stred}} {}_t P_x^s$	stredný stav slobodných obyvateľov v dokončenom veku x roku t

Pravdepodobnosť úmrtia v presnom veku x' v roku t je nasledovná:

$${}_t q_{x'}^u = \frac{2 \cdot {}_t m_x^s}{2 + {}_t m_x^s + {}_t s_x^s} \quad \text{kde} \quad {}_t m_x^s = \frac{{}_t D_x^s}{\text{stred } {}_t P_x^s} \quad \text{a} \quad {}_t s_x^s = \frac{{}_t S_x^s}{\text{stred } {}_t P_x^s}$$

Pravdepodobnosť uzavretia sobáša slobodných v presnom veku x' v roku t je nasledovná:

$${}_t q_{x'}^m = \frac{2 \cdot {}_t s_x^s}{2 + {}_t s_x^s + {}_t m_x^s}$$

Ďalšie odvodené ukazovatele tabuľky:

${}_t l_{x'}^m$	tabuľkový počet žijúcich slobodných v presnom veku x' v roku t
${}_t d_x^u$	tabuľkový počet zomrelých slobodných v dokončenom veku x v roku t
${}_t d_x^m$	tabuľkový počet uzavretých manželstiev slobodných v dokončenom veku x v roku t

Pričom platia nasledovné vzťahy:

$${}_t d_x^u = {}_t l_{x'}^m \cdot {}_t q_{x'}^u$$

$${}_t d_x^m = {}_t l_{x'}^m \cdot {}_t q_{x'}^m$$

$${}_t l_{x'+1}^m = {}_t l_{x'}^m - {}_t d_x^u - {}_t d_x^m$$

### **Rozvodové tabuľky<sup>6</sup>**

Rozvodové tabuľky sledujú proces rozvodovosti. Sú taktiež veľmi zriedkavé, ako sobášne tabuľky, z dôvodu neprístupnosti potrebných údajov. Dajú sa konštruovať podľa veku (od veku 18 rokov), alebo podľa trvania manželstva, podľa toho ako chceme sledovať rozvodovosť. Vzhľadom na to, že dĺžka trvania manželstva je informácia z minulosti, tabuľky rozvodovosti podľa takéhoto triedenia sú kohortného charakteru. Sledujú zánik manželstva na súboroch sobášov uzavretých v určitom období (najčastejšie za jeden rok). V ďalšom uvedieme niektoré varianty týchto tabuliek.

#### **Prierezová dvojjstupná rozvodová tabuľka počítaná priamou metódou podľa veku**

Predpokladajme, že z generácie ženatých, resp. vydatých je možné vystúpiť dvoma spôsobmi, a to úmrtím alebo rozvodom.

Na výpočet takejto tabuľky budeme potom potrebovať nasledujúce údaje:

${}^g_t R_x$  počet rozvodov v dokončenom veku x generácie  $g_x$  v roku t

${}^g_t D_x$  počet zomrelých v manželstve v dokončenom veku x generácie  $g_x$  v roku t

${}^{\text{konec}}_t P_x$  počet obyvateľov v manželstve v dokončenom veku x ku koncu roku t

Pravdepodobnosť úmrtia v manželstve v presnom veku  $x'$  generácie  $g_x$  je nasledovná:

$${}_{t,t+1} q_{x'}^u = \frac{{}^g_t D_x + {}^g_{t+1} D_x}{{}^{\text{konec}}_t P_x + {}^g_t D_x + {}^g_t R_x}$$

Pravdepodobnosť rozvodu v presnom veku x generácie  $g_x$  je nasledovná:

$${}_{t,t+1} q_{x'}^r = \frac{{}^g_t R_x + {}^g_{t+1} R_x}{{}^{\text{konec}}_t P_x + {}^g_t D_x + {}^g_t R_x}$$

Ďalšie odvodené ukazovatele tabuľky:

${}^g_t l_{x'}^r$  tabuľkový počet osôb v manželstve v presnom veku  $x'$  generácie  $g_x$

${}_{t,t+1} d_x^u$  tabuľkový počet zomrelých osôb v manželstve v dokončenom veku x generácie  $g_x$  v roku t a t+1

${}_{t,t+1} d_x^r$  tabuľkový počet rozvodov v dokončenom veku x generácie  $g_x$  v roku t a t+1

Pričom platia nasledovné vzťahy:

<sup>6</sup> Všetky uvedené vzťahy sú podrobnejšie odvodené v [Pavlík, Rychraříková, Šubrtová 1986]

$$\begin{aligned} {}_{t,t+1}d_x^u &= {}_t l_{x'}^r \cdot {}_{t,t+1}q_{x'}^u \\ {}_{t,t+1}d_x^r &= {}_t l_{x'}^r \cdot {}_{t,t+1}q_{x'}^r \\ {}_{t,t+1}l_{x'+1}^r &= {}_t l_{x'}^r - {}_{t,t+1}d_x^u - {}_{t,t+1}d_x^r \end{aligned}$$

### Prierezová jednovýstupná rozvodová tabuľka počítaná priamou metódou podľa veku

Predpokladáme, že z generácie ženatých, resp. vydatých môžeme vystúpiť len rozvodom. Na výpočet takejto tabuľky budeme potrebovať:

- ${}_t R_x$  počet rozvodov v dokončenom veku x generácie  $g_x$  v roku t  
 ${}_t D_x$  počet zomrelých v manželstve v dokončenom veku x generácie  $g_x$  v roku t  
 koniec  ${}_t P_x$  počet obyvateľov v manželstve v dokončenom veku x ku koncu roku t

Pravdepodobnosť úmrtia v manželstve v presnom veku x' generácie  $g_x$  je nasledovná:

$${}_{t,t+1}q_{x'}^u = \frac{{}_t D_x + {}_{t+1} D_x}{\text{koniec } {}_t P_x + {}_t D_x + {}_t R_x - \frac{{}_t R_x + {}_{t+1} R_x}{2}} = \frac{{}_t D_x + {}_{t+1} D_x}{\text{koniec } {}_t P_x + {}_t D_x + \frac{{}_t R_x}{2} - \frac{{}_{t+1} R_x}{2}}$$

Pravdepodobnosť rozvodu v presnom veku x' generácie  $g_x$  je nasledovná:

$${}_{t,t+1}q_{x'}^r = \frac{{}_t R_x + {}_{t+1} R_x}{\text{koniec } {}_t P_x + {}_t D_x + {}_t R_x - \frac{{}_t D_x + {}_{t+1} D_x}{2}} = \frac{{}_t R_x + {}_{t+1} R_x}{\text{koniec } {}_t P_x + {}_t R_x + \frac{{}_t D_x}{2} - \frac{{}_{t+1} D_x}{2}}$$

Ďalšie odvodené ukazovatele tabuľky:

- ${}_t l_{x'}^r$  tabuľkový ženatých, resp. vydatých v presnom veku x' generácie  $g_x$  v roku t ovplyvnené rozvodovosťou  
 ${}_{t,t+1}d_x^r$  tabuľkový počet rozvodov v dokončenom veku x generácie  $g_x$  v roku t a t+1  
 ${}_t l_{x'}^u$  tabuľkový ženatých, resp. vydatých v presnom veku x' generácie  $g_x$  v roku t ovplyvnené úmrtnosťou  
 ${}_{t,t+1}d_x^u$  tabuľkový počet zomrelých v manželstve v dokončenom veku x generácie  $g_x$  v roku t a t+1  
 ${}_{t,t+1}d_x^{r,u}$  tabuľkový počet rozvodov ovplyvnených úmrtnosťou v dokončenom veku x generácie  $g_x$  v roku t a t+1 (skutočný počet rozvodov)

Pričom platia nasledovné vzťahy:

$${}_{t,t+1}d_x^r = {}_t l_{x'}^r \cdot {}_{t,t+1}q_{x'}^r$$

$${}_{t,t+1}d_x^u = {}_t l_{x'}^u \cdot {}_{t,t+1}q_{x'}^u$$

$${}_t l_{x'+1}^u = {}_t l_{x'}^u - {}_{t,t+1}d_x^u$$

$${}_t l_{x'+1}^r = {}_t l_{x'}^r - {}_{t,t+1}d_x^r$$

$${}_{t,t+1}d_x^{r,u} = {}_{t,t+1}d_x^r \frac{{}_t l_{x'}^u + {}_t l_{x'+1}^u}{2 \cdot {}_t l_{15}^u}$$

Pričom  ${}_t l_{15}^u = 100000$ . Rozdiel  ${}_{t,t+1}d_x^r - {}_{t,t+1}d_x^{r,u}$  nám dáva počet rozvodov, ktoré neboli vykonané v dôsledku úmrtí.

### Prierezová jednovýstupná rozvodová tabuľka počítaná nepriamou metódou podľa veku

Na výpočet tabuľky budeme potrebovať nasledujúce údaje:

${}_t m_x$	miera úmrtnosti v manželstve v dokončenom veku x v roku t
${}_t r_x$	miera rozvodovosti v dokončenom veku x v roku t
${}_t D_x$	počet zomrelých v manželstve v dokončenom veku x v roku t
${}_t R_x$	počet rozvodov v dokončenom veku x v roku t
${}^{\text{stredL}}{}_t P_x$	stredný stav obyvateľov v manželstve v dokončenom veku x roku t

Pravdepodobnosť úmrtia v manželstve v presnom veku x' v roku t je nasledovná:

$${}_t q_{x'}^u = 1 - e^{-t m_x} \quad \text{kde} \quad {}_t m_x = \frac{{}_t D_x}{{}^{\text{stredL}}{}_t P_x}$$

alebo

$${}_t q_{x'}^u = \frac{2 \cdot {}_t m_x}{2 + {}_t m_x}$$

Pravdepodobnosť rozvodu v presnom veku x' v roku t je nasledovná:

$${}_t q_{x'}^r = 1 - e^{-t r_x} \quad \text{kde} \quad {}_t r_x = \frac{{}_t R_x}{{}^{\text{stred}}{}_t P_x}$$

alebo

$${}_t q_{x'}^r = \frac{2 \cdot {}_t r_x}{2 + {}_t r_x}$$

Ďalšie odvodené ukazovatele tabuľky:

${}_t l_{x'}^u$  tabuľkový počet ženatých, resp. vydatých v presnom veku x' v roku t  
ovplyvnené úmrtnosťou

${}_t d_x^r$  tabuľkový počet rozvodov v dokončenom veku x v roku t

${}_t l_{x'}^r$	tabuľkový počet ženatých, resp. vydatých v presnom veku $x'$ v roku $t$ ovplyvnené rozvodovosťou
${}_t d_x^u$	tabuľkový počet zomrelých v manželstve vo veku $x$ v roku $t$
${}_t d_x^{r,u}$	tabuľkový počet rozvodov ovplyvnených úmrtnosťou v dokončenom veku $x$

Pričom platia nasledovné vzťahy:

$$\begin{aligned} {}_t d_x^r &= {}_t l_{x'}^r \cdot {}_t q_x^r \\ {}_t d_x^u &= {}_t l_{x'}^u \cdot {}_t q_x^u \\ {}_t l_{x'+1}^u &= {}_t l_{x'}^u - {}_t d_x^u \\ {}_t l_{x'+1}^r &= {}_t l_{x'}^r - {}_t d_x^r \\ {}_t d_x^{r,u} &= {}_t d_x^r \frac{{}_t l_{x'}^u + {}_t l_{x'+1}^u}{2 \cdot {}_t l_{15'}^u} \end{aligned}$$

Pričom  ${}_{t,t+1} l_{15'} = 100000$ . Rozdiel  ${}_t d_x^r - {}_t d_x^{r,u}$  nám dáva počet rozvodov, ktoré neboli vykonané v dôsledku úmrtí.

### Prierezová dvojjstupná rozvodová tabuľka počítaná nepriamou metódou podľa veku

Na výpočet tabuľky budeme potrebovať nasledujúce údaje:

${}_t m_x$	miera úmrtnosti v manželstve v dokončenom veku $x$ v roku $t$
${}_t r_x$	miera rozvodovosti v dokončenom veku $x$ v roku $t$
${}_t D_x$	počet zomrelých v manželstve v dokončenom veku $x$ v roku $t$
${}_t R_x$	počet rozvodov v dokončenom veku $x$ v roku $t$
${}_{\text{stred}} {}_t P_x$	stredný stav obyvateľov v manželstve v dokončenom veku $x$ v roku $t$

Pravdepodobnosť úmrtia v presnom veku  $x'$  v roku  $t$  je nasledovná:

$${}_t q_{x'}^u = \frac{2 \cdot {}_t m_x}{2 + {}_t m_x + {}_t r_x} \quad \text{kde} \quad {}_t m_x = \frac{{}_t D_x}{\text{stred } {}_t P_x} \quad \text{a} \quad {}_t r_x = \frac{{}_t R_x}{\text{stred } {}_t P_x}$$

Pravdepodobnosť rozvodu v presnom veku  $x'$  v roku  $t$  je nasledovná:

$${}_t q_{x'}^r = \frac{2 \cdot {}_t r_x}{2 + {}_t r_x + {}_t m_x}$$

Ďalšie odvodené ukazovatele tabuľky:

${}_t l_{x'}^r$	tabuľkový počet ženatých, resp. vydatých v presnom veku $x'$ v roku $t$
${}_t d_x^u$	tabuľkový počet zomrelých v manželstve v dokončenom veku $x$ v roku $t$

${}_t d_x^r$  tabuľkový počet rozvodov v dokončenom veku x v roku t

Pričom platia nasledovné vzťahy:

$${}_t d_x^u = {}_t l_{x'}^r \cdot {}_t q_{x'}^u$$

$${}_t d_x^r = {}_t l_{x'}^r \cdot {}_t q_{x'}^r$$

$${}_t l_{x'+1}^r = {}_t l_{x'}^r - {}_t d_x^u - {}_t d_x^r$$

### Generačná jednovýstupná rozvodová tabuľka počítaná priamou metódou podľa dĺžky trvania manželstva

Predpokladajme, že z kohorty zosobášených možno vystúpiť len s rozvodom (neexistuje úmrtnosť). Označme:

${}^g O_x$  počet manželstiev ukončených ovdovením po x dokončených rokoch od uzavretia manželstva sobášnej kohorty g

${}^g R_x$  počet rozvodov po x dokončených rokoch od uzavretia manželstva sobášnej kohorty g

${}^g M_{x'}$  počet existujúcich manželstiev pri  $x'$  – tom (presne) výročí manželstva sobášnej kohorty g

Pravdepodobnosť rozvodu v  $x'$  – tom výročí manželstva sobášnej kohorty g je nasledovná:

$${}^g q_{x'}^r = \frac{{}^g R_x}{{}^g M_{x'} - \frac{{}^g O_x}{2}}$$

Ďalšie odvodené ukazovatele tabuľky:

$l_{x'}^r$  tabuľkový počet pretrvávajúcich manželstiev v  $x'$  – tom výročí manželstva

$d_x^r$  tabuľkový počet rozvodov po x dokončených rokoch

Pričom platia nasledovné vzťahy:

$$d_x^r = l_{x'}^r \cdot q_{x'}^r$$

$$l_{x'+1}^r = l_{x'}^r - d_x^r$$